FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (CBCS) II-Year (III-Semester) Regular Examinations, Dec-2022/Jan-2023

Mathematics-III

(Real Analysis)

Time: 3 Hours Max Marks: 80

SECTION-A (4x5=20 Marks)

Answer any Four questions from the following

ఈక్రింది వానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి

1. Show that convergent sequences are bounded.
అభిసరించే అనుక్రమాలు పరిబద్ధము అనిచూపండి.

2. If $f(x) = 2x^2 + 1 \ \forall \ x \in R$ then show that f is continuous on R by using the $\varepsilon - \delta$ properties.
$f(x) = 2x^2 + 1 \ \forall \ x \in R$ అయితే $\varepsilon - \delta$ ధర్మమును ఉపయోగించి f అనునది R పై అవిచ్ఛిన్నం అనిచూపండి.

3. Find the Taylor's series of $\sin x$ at zero.
టేలర్ శ్రేణిని $\sin x$ నకు సున్న వద్ద కనుక్కోండి.

4. Let $f(x) = 1$ for rational x and $f(x) = 0$ for irrational x. Then show that f is not integrable on $[a,b]$ where $a < b$.
అకరణీయ సంఖ్య x కు $f(x) = 1$ మరియు కరణీయ సంఖ్య x కు $f(x) = 0$ అయితే f అనేది $[a,b]$ పై సమాకలనీయం కాదని చూపండి. ఇక్కడ $a < b$.

5. Define limit of a sequence and show that $Lim \dfrac{n^3 + 6n^2 + 7}{4n^3 + 3n - 4} = \dfrac{1}{4}$.
అనుక్రమము యొక్క అవధిని నిర్వచించండి మరియు $Lim \dfrac{n^3 + 6n^2 + 7}{4n^3 + 3n - 4} = \dfrac{1}{4}$ అనిచూపండి.

6. Show that $\left| \int_{-2\pi}^{2\pi} x^2 \sin^8(e^x) dx \right| \leq \dfrac{16\pi^3}{3}$.
$\left| \int_{-2\pi}^{2\pi} x^2 \sin^8(e^x) dx \right| \leq \dfrac{16\pi^3}{3}$ అని చూపండి.

SECTION-B (4x15=60 Marks)

Answer all the following questions

ఈక్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము

7. (a) i) Show that every convergent sequence is Cauchy sequence.
ii) Show that Every bounded sequence has a convergent subsequence.
i) ప్రతి అభిసరించే అనుక్రమము కోషి అనుక్రమం అనిచూపండి.
ii) ప్రతి పరిబద్ధ అనుక్రమానికి అభిసరించే ఉపాను క్రమం ఉంటుందని చూపండి.

(OR) / లేదా

(b) State and prove the Root Test for series.
శ్రేణులపై మూల పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

8. (a) i) If f be a continuous real valued function on a closed interval $[a,b]$ then.
show that f is bounded on $[a,b]$.
ii) If f and g are continuous at x_0 in R then Prove that Max.(f,g) is continuous at x_0

i) సంవృత అంతరము $[a,b]$పై f అనునది అవిచ్ఛిన వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం అయితే f అనేది $[a,b]$పై పరిబద్ధం అనిచూపండి.

ii) f మరియు g లు x_0 వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అయితే Max.(f, g) అనునది x_0 వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అనిచూపండి

(OR) / లేదా

(b) Define uniformly continuous. if f is continuous on closed interval $[a,b]$ then show that f is uniformly continuous on $[a,b]$.

ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నతను నిర్వచించండి. f అనునది సంవృతాంతరము $[a,b]$ పై అవిచ్ఛిన్నం అయితే $[a,b]$ పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నం అనిచూపండి.

9. (a) State and Prove Lagrange's mean Value theorem.

లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR) / లేదా

(b) Find i) $\underset{x \to 0}{Lim} \dfrac{x^3}{\sin x - x}$ ii) $\underset{x \to 0}{Lim} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x} \right)$

iii) $\underset{y \to \infty}{Lim} \left(1 + \dfrac{2}{y} \right)^y$.

i) $\underset{x \to 0}{Lim} \dfrac{x^3}{\sin x - x}$ ii) $\underset{x \to 0}{Lim} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x} \right)$

iii) $\underset{y \to \infty}{Lim} \left(1 + \dfrac{2}{y} \right)^y$ లను గణించండి.

10. (a) Show that every continuous function f on $[a,b]$ is integrable.

$[a,b]$ పై ప్రతి అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం f సమాకలనీయము అనిచూపండి.

(OR) / లేదా

(b) State and Prove fundamental theorem of calculus -I

కలన గణిత మూల సిద్ధాంతము-I ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.